

DEFI 4 : Un sac de billes



Dans un paquet de billes rouges, vertes ou bleues, il y a 162 billes.

Il y a trois fois plus de billes rouges que de billes vertes.
Et il y a 7 billes vertes de moins que de billes bleues.



Combien y a-t-il de billes rouges ?

Ce défi 4 est un **problème algébrique**.

« Un problème mathématique sera considéré comme étant algébrique s'il peut être traité au cycle 4 par l'écriture et la résolution d'une ou de plusieurs équations du premier degré. »

Solution : **Il y a 93 billes rouges.**

Au cycle 4, ce problème peut être traité en désignant par v le nombre de billes vertes.
On en déduit qu'il y a $3v$ billes rouges et $(v+7)$ billes bleues.
On obtient l'équation à résoudre : $v + 3v + (v+7) = 162$

Ce type de problèmes peut être résolu de différentes façons.
Les principales sont :

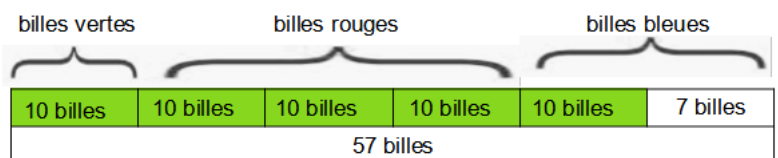
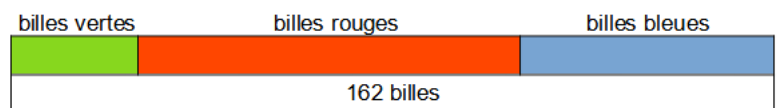
- **par essais et ajustements** : l'élève choisit une valeur pour le nombre ou l'un des nombres cherchés, puis l'injecte dans le problème pour voir si cette valeur convient. Si ce n'est pas le cas, il fait une autre hypothèse en ajustant avec un nombre plus ou moins grand en fonction du résultat obtenu, jusqu'à ce qu'une valeur convienne.

On suppose qu'il y a 10 billes vertes.

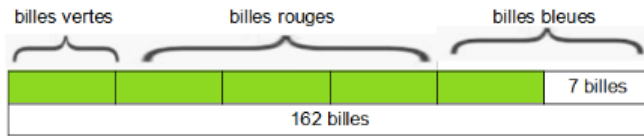
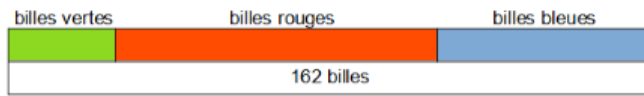
$3 \times 10 \text{ billes} = 30 \text{ billes}$
 $10 \text{ billes} + 7 \text{ billes} = 17 \text{ billes}$
Il y aurait alors 17 billes bleues.

$10 \text{ billes} + 30 \text{ billes} + 17 \text{ billes} = 57 \text{ billes}$
Il y aurait au total 57 billes, ce qui n'est pas suffisant.

On recommence avec un nombre plus grand de billes vertes.
On suppose qu'il y a 20 billes vertes, etc.



- **par un traitement pré-algébrique** : l'élève produit ce qui s'apparente à une ou plusieurs équations qu'il manipule ensuite pour isoler une inconnue et en déterminer la valeur. La représentation dite « en barres » est particulièrement adaptée à la résolution des problèmes algébriques à une inconnue.



$$162 - 7 = 155$$



$$155 \div 5 = 31$$

Il y a 31 billes vertes



On peut donc en déduire le nombre de billes rouges :



$$3 \times 31 = 93$$

Il y a 93 billes rouges

- **par un raisonnement s'appuyant sur les résultats obtenus à partir d'une hypothèse**

On suppose qu'il y a 10 billes vertes.

Il y a alors 3×10 billes = 30 billes rouges
et 10 billes + 7 billes = 17 billes bleues

$$10 + 30 + 17 = 57$$

$$162 - 57 = 105$$

Il manque 105 billes pour atteindre 162 billes.

A chaque fois que j'ajoute 1 bille verte,
j'ajoute 3 billes rouges et 1 bille bleue.
Cela fait donc 5 billes en plus

$$105 \div 5 = 21$$

Il faut ajouter 21 billes vertes
et il y en aura alors $10 + 21 = 31$

Il y a alors 3×31 billes = 93 billes rouges

